

# Matematik

# 8

KAZANIM  
ODAKLI **HBA**

Konu Anlatımı • Bol Alıştırma  
Çözümlü Sorular

Yeni Nesil  
Sorularla

 **tudem**<sup>®</sup>

# Matematik

# 8

KAZANIM  
ODAKLI **HBA**

Konu Anlatımı • Bol Alıştırma  
Çözümlü Sorular

 **tudem**<sup>®</sup>

## KAZANIM ODAKLI HBA 8.SINIF / MATEMATİK

©Tudem Eğitim Hiz. San. ve Tic. AŞ  
1476/1 Sokak No: 10/51 Alsancak / Konak / İZMİR

**YAZARLAR:** Tudem Yazı Kurulu  
**DİZGİ VE GRAFİK:** Tudem Grafik Ekibi

**BASKI VE CİLT:** Ertem Basım Yayın Dağıtım San. Tic. Ltd. Şti.  
Eskişehir Yolu 40. km Başkent OSB 22. Cadde No: 6 Malıköy / ANKARA  
0 312 284 18 14

**ISBN:** 978-605-285-166-1  
**YAYINEVİ SERTİFİKA NO:** 45041  
**MATBAA SERTİFİKA NO:** 16031

Tüm hakları saklıdır.  
Bu yayının hiçbir bölümü, telif hakkı sahibinin önceden yazılı izni olmaksızın tekrar üretilemez, bir erişim sisteminde tutulamaz, herhangi bir biçimde elektronik, mekanik, fotokopi, kayıt ya da diğer yollarla iletilemez.

## Sevgili öğrenci,

Birçoğunuz için matematik dersinin formüller yığını anlamına geldiğini ve sıkıcı olduğunu biliyoruz. Oysaki matematik, özünde yaşamı kolaylaştırmayı ve pratik düşünce geliştirmeyi amaçlar. Hayatımızın her yerinde matematiğin yapı taşlarından izler vardır. Kısacası matematikle içi içe yaşarız.

Sizler için matematiği öğrenmeyi daha zevkli hâle getirecek ünitelere göre düzenlenmiş eğlenceli ve öğretici bir kitap hazırladık. Bu kitapta yenilenen öğretim programı değişiklikleri gereği sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme, olasılık öğrenme alanlarını ele aldık.

Her ünitenin içinde kazanımlarla ilgili;

- özet konu anlatımı,
- öğretici alıştırmalar
- çözümlü sorular
- kazanım pekiştirme testleri
- ünite sonunda kavrama testleri yer almaktadır.

Başarılarınızın artarak devam etmesi dileğiyle...

Yazı Kurulu



Kazanım Odaklı

: Hepsi 1 Arada

### Kısa Bilgi Alanları

Değişen tasarımı daha kolay akılda kalan özet bilgi alanlarından oluştu.

### Bol Alıştırma

Bireysel ve pekiştirici alışırmalar, kazanımların yerleşmesine daha fazla katkı sağlıyor.

### Kazanım Odaklı

Kısa bilgi, alıştıırma ve soru alanları kazanımlara göre düzenlendi.

### Örnek Çözümler

Alıştırmalarda örnek çözümlere yer verildi.

### Testler

Testler konulara göre düzenlendi.

## 1 - Sayılar ve İşlemler

### ÇARPANLAR VE KATLAR

|  |    |
|--|----|
| Pozitif Tam Sayıların Çarpanları .....   | 8  |
| En Büyük Ortak Bölen .....               | 9  |
| En Küçük Ortak Kat .....                 | 10 |
| Aralarında Asal Sayılar .....            | 11 |
| Alıştırma: Asal Çarpanlar .....          | 12 |
| Alıştırma: EBOB - EKOK .....             | 13 |
| Alıştırma: EBOB - EKOK Problemleri ..... | 14 |
| Alıştırma: Aralarında Asallar .....      | 16 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-1 .....         | 17 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-2 .....         | 18 |

### ÜSLÜ İFADELER

|  |    |
|--|----|
| Tam Sayıların Kuvvetleri .....                           | 19 |
| Üslü İfadelerin Özellikleri .....                        | 20 |
| Üslü İfadelerle İşlemler .....                           | 20 |
| Ondalık Gösterimleri 10'un Kuvvetleriyle Çözümleme ..... | 21 |
| Çok Büyük Sayılar .....                                  | 21 |
| Çok Küçük Sayılar .....                                  | 22 |
| Bilimsel Gösterim .....                                  | 22 |
| Alıştırma: Pozitif ve Negatif Kuvvetler .....            | 23 |
| Alıştırma: Üslü İşlemler .....                           | 24 |
| Alıştırma: Satrançtaki Pullar .....                      | 25 |
| Alıştırma: Ondalık Gösterimler .....                     | 26 |
| Alıştırma: Çok Büyük ve Çok Küçük Sayılar .....          | 27 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-1 .....                         | 28 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-2 .....                         | 29 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-3 .....                         | 30 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-4 .....                         | 31 |
| Kavrama Testi-1 .....                                    | 32 |
| Kavrama Testi-2 .....                                    | 36 |

## 2 - Sayılar ve İşlemler - Veri İşleme

### KAREKÖKLÜ İFADELER

|   |    |
|---|----|
| Tam Kare Sayılar .....  | 40 |
| Tam Kare Sayılardan Kareköke .....                            | 40 |
| Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma .....        | 41 |
| $a\sqrt{b}$ Şeklindeki İfadede Katsayıyı Kök İçine Alma ..... | 41 |
| Kareköklü İfadelerle Çarpma ve Bölme İşlemleri .....          | 42 |
| Kareköklü İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemi .....          | 43 |
| Gerçek Sayılar .....  | 46 |
| Alıştırma: Hangisi Tam Kare? .....                            | 47 |
| Alıştırma: Karekökler .....                                   | 48 |

|  |    |
|--|----|
| Alıştırma: İşaretleyelim .....                   | 49 |
| Alıştırma: $a\sqrt{b}$ Şeklindeki İfadeler ..... | 50 |
| Alıştırma: Çarpalım, Bölelim .....               | 51 |
| Alıştırma: Toplayalım, Çıkaralım .....           | 52 |
| Alıştırma: Seçelim .....                         | 53 |
| Alıştırma: Ondalık İşlem Yapalım .....           | 54 |
| Alıştırma: Gerçek Sayılar .....                  | 55 |
| Alıştırma: İşlem Yapalım .....                   | 56 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-1 .....                 | 58 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-2 .....                 | 59 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-3 .....                 | 60 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-4 .....                 | 61 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-5 .....                 | 62 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-6 .....                 | 63 |

### VERİ ANALİZİ

|  |    |
|--|----|
| Grafikleri Yorumlama .....                         | 64 |
| Araştırma Sorularına İlişkin Uygun Grafikler ..... | 65 |
| Alıştırma: Yorumlayalım .....                      | 67 |
| Alıştırma: En Uygun Grafik .....                   | 68 |
| Kazanım Pekiştirme Testi .....                     | 69 |
| Kavrama Testi-1 .....                              | 70 |
| Kavrama Testi-2 .....                              | 73 |

## 3 - Olasılık - Cebir

### BASİT OLAYLARIN OLMA OLASILIĞI

|   |    |
|---|----|
| Olası Durumları Belirleme .....                             | 78 |
| Alıştırma: Olası Durumlar - Daha Fazla, Eşit, Daha Az ..... | 81 |
| Alıştırma: Olasılık Değeri .....                            | 82 |
| Alıştırma: Olasılık Bulalım .....                           | 83 |
| Alıştırma: Top Çekilişi .....                               | 84 |
| Alıştırma: Dartağıdaki Sayılar .....                        | 85 |
| Kazanım Pekiştirme Testi .....                              | 86 |

### CEBİRSEL İFADELER VE ÖZDEŞLİKLER

|   |     |
|---|-----|
| Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemi ..... | 88  |
| Özdeşlikler .....                       | 90  |
| Çarpanlara Ayırma .....                 | 93  |
| Alıştırma: Çarpalım .....               | 94  |
| Alıştırma: Dağıtarak Çarpalım .....     | 95  |
| Alıştırma: Modellemeler .....           | 96  |
| Alıştırma: Özdeşlikler .....            | 97  |
| Alıştırma: Çarpanlara Ayırma .....      | 98  |
| Kazanım Pekiştirme Testi-1 .....        | 99  |
| Kazanım Pekiştirme Testi-2 .....        | 100 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-3 .....        | 101 |
| Kavrama Testi-1 .....                   | 103 |
| Kavrama Testi-2 .....                   | 106 |



## 4 - Cebir

### DOĞRUSAL DENKLEMLER

|  |     |
|--|-----|
| Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli           |     |
| Denklemler .....                             | 110 |
| Koordinat Sistemi .....                      | 111 |
| Doğrusal İlişki .....                        | 112 |
| Doğrusal Denklemlerin Grafiği .....          | 114 |
| Eğim .....                                   | 117 |
| Alıştırma: Denklemler .....                  | 119 |
| Alıştırma: Sıralı İkiliiler .....            | 120 |
| Alıştırma: Onur'un Odasının Planı .....      | 121 |
| Alıştırma: Doğrusal İlişki .....             | 122 |
| Alıştırma: Doğru Grafikleri .....            | 123 |
| Alıştırma: Denklem - Grafik Eşleştirme ..... | 124 |
| Alıştırma: Grafik Oluşturalım .....          | 125 |
| Alıştırma: Doğru Grafikleri .....            | 126 |
| Alıştırma: Grafiklerle Eğim .....            | 127 |
| Alıştırma: Doğru Denkleminde Eğim .....      | 128 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-1 .....             | 129 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-2 .....             | 130 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-3 .....             | 131 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-4 .....             | 132 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-5 .....             | 133 |

### EŞİTSİZLİKLER

|   |     |
|---|-----|
| Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli          |     |
| Eşitsizlikler .....                         | 134 |
| Alıştırma: Eşitsizlik ve Sayı Doğrusu ..... | 137 |
| Alıştırma: Çözelim .....                    | 138 |
| Kazanım Pekiştirme Testi .....              | 139 |
| Kavrama Testi-1 .....                       | 140 |
| Kavrama Testi-2 .....                       | 144 |

## 5 - Geometri ve Ölçme

### ÜÇGENLER

|  |     |
|--|-----|
| Üçgende Kenarortay, Açıortay ve Yükseklik .....      | 148 |
| Üçgenin Kenar Uzunlukları Arasındaki İlişkiler ..... | 150 |
| Üçgende Kenar - Açılış İlişkisi .....                | 151 |
| Üçgen Çizimleri .....                                | 152 |
| Pisagor Bağlantısı .....                             | 154 |
| Alıştırma: Kenarortay, Açıortay, Yükseklik .....     | 156 |
| Alıştırma: Üçgen Eşitsizliği .....                   | 157 |
| Alıştırma: Bilinmeyen Kenar .....                    | 158 |
| Alıştırma: Açılış - Kenar .....                      | 159 |
| Alıştırma: Üçgen Çizimi .....                        | 160 |
| Alıştırma: Çözelim .....                             | 161 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-1 .....                     | 162 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-2 .....                     | 163 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-3 .....                     | 164 |

### EŞLİK VE BENZERLİK

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| Çokgenlerin Eşliği .....        | 166 |
| Çokgenlerin Benzerliği .....    | 166 |
| Alıştırma: Eş veya Benzer ..... | 172 |
| Alıştırma: Çözelim .....        | 173 |
| Kazanım Pekiştirme Testi .....  | 175 |
| Kavrama Testi-1 .....           | 177 |
| Kavrama Testi-2 .....           | 181 |

## 6 - Geometri ve Ölçme

### DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| Öteleme .....                       | 186 |
| Yansıma .....                       | 188 |
| Öteleme ve Yansıma .....            | 190 |
| Alıştırma: Öteleyelim .....         | 192 |
| Alıştırma: Öteleme .....            | 193 |
| Alıştırma: Yansıtım .....           | 194 |
| Alıştırma: Yansıma .....            | 195 |
| Alıştırma: Öteleme ve Yansıma ..... | 196 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-1 .....    | 197 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-2 .....    | 198 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-3 .....    | 199 |

### GEOMETRİK CİSİMLER

|   |     |
|---|-----|
| Dik Prizmalar .....                           | 200 |
| Dik Dairesel Silindir .....                   | 201 |
| Dik Piramit .....                             | 204 |
| Dik Koni .....                                | 205 |
| Alıştırma: Prizma Çizelim .....               | 206 |
| Alıştırma: Birleştirelim .....                | 207 |
| Alıştırma: Alan Bulalım .....                 | 208 |
| Alıştırma: Hacim Problemleri .....            | 209 |
| Alıştırma: Çözelim .....                      | 210 |
| Alıştırma: Yarım ve Çeyrek Silindireler ..... | 211 |
| Alıştırma: Piramit Çizelim .....              | 212 |
| Alıştırma: Koni Açınımları .....              | 213 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-1 .....              | 214 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-2 .....              | 215 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-3 .....              | 216 |
| Kazanım Pekiştirme Testi-4 .....              | 217 |
| Kavrama Testi-1 .....                         | 218 |
| Kavrama Testi-2 .....                         | 223 |

## Yanıt Anahtarı

|                      |     |
|----------------------|-----|
| Yanıt Anahtarı ..... | 227 |
|----------------------|-----|

### 1. BÖLÜM: ÇARPANLAR VE KATLAR

- M.8.1.1.1.** Verilen pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulur, pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazar.
- M.8.1.1.2.** İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer.
- M.8.1.1.3.** Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.

### 2. BÖLÜM: ÜSLÜ İFADELER

- M.8.1.2.1.** Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplar.
- M.8.1.2.2.** Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturur.
- M.8.1.2.3.** Sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümler.
- M.8.1.2.4.** Verilen bir sayıyı 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade eder.
- M.8.1.2.5.** Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade eder ve karşılaştırır.

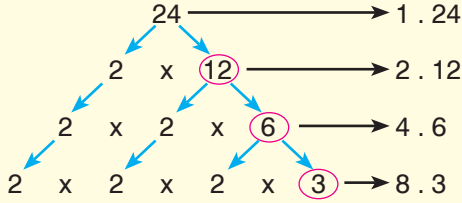




## POZİTİF TAM SAYILARIN ÇARPANLARI

Her pozitif tam sayı, iki doğal sayının çarpımı olarak yazılabilir. Bu iki doğal sayıdan her birine o sayının **çarpanı** denir. Bir sayının çarpanı aynı zamanda o sayının kalansız bölenidir.

24 sayısının çarpanlarını çarpan ağacı oluşturarak bulalım.



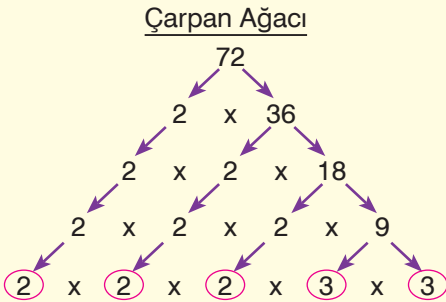
- Yukarıdaki çarpan ağacına göre 24'ün çarpanları 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ve 24'tür.
- 24 sayısının sekiz tane pozitif çarpanı vardır. Bu çarpanların her biri 24'ü kalansız böler.

## Pozitif Tam Sayıların Asal Çarpanları

Pozitif bir tam sayıyı asal çarpanlarına ayırmak için "asal çarpan algoritması" yöntemi kullanılır. Bu yöntemde pozitif tam sayı, en küçük asal sayıdan başlanarak sürekli asal sayılara bölünür. Bölüm 1 olana kadar bölme işlemi devam ettirilir.

1'den büyük, 1 ve kendisinden başka sayma sayısı böleni olmayan doğal sayılara **asal sayılar** denir.  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$  kümesine asal sayılar kümesi denir. Asal sayılar kümesinde 2'den başka çift doğal sayı yoktur.

72 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.



## Asal Çarpan Algoritması

|    |   |                    |
|----|---|--------------------|
| 72 | 2 | $(72 \div 2 = 36)$ |
| 36 | 2 | $(36 \div 2 = 18)$ |
| 18 | 2 | $(18 \div 2 = 9)$  |
| 9  | 3 | $(9 \div 3 = 3)$   |
| 3  | 3 | $(3 \div 3 = 1)$   |
| 1  |   |                    |

- 72 sayısının asal çarpanları 2 ve 3'tür.
- 72 sayısının asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazımı  $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$  olur.
- 72 sayısının üslü ifadelerin çarpımı biçiminde yazımı  $72 = 2^3 \cdot 3^2$  olur.

## Örnek

60 sayısını asal sayıların çarpımı biçiminde yazın.

|               |    |   |  |
|---------------|----|---|--|
| <b>Çözüm:</b> | 60 | 2 | • 60 sayısının asal çarpanları 2, 3 ve 5 olur.               |
|               | 30 | 2 | • 60 sayısının asal sayıların çarpımı biçiminde yazımı       |
|               | 15 | 3 | $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ olur. |
|               | 5  | 5 |  |
|               | 1  |   |  |

### EN BÜYÜK ORTAK BÖLEN

İki veya daha fazla doğal sayının (sıfırdan farklı) ortak bölenlerinin en büyüğüne **en büyük ortak bölen** denir. Kısaca "EBOB" biçiminde yazılır.

18 ve 24 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.

**1. yol** : 18 ve 24 sayılarının bölenlerini yazalım.

18'in bölenleri : ①, ②, ③, ⑥, 9, 18

24'ün bölenleri : ①, ②, ③, 4, ⑥, 8, 12, 24

18 ve 24'ün ortak bölenleri : 1, 2, 3, 6 olup ortak bölenlerinin en büyüğü 6'dır.

**2. yol** : 18 ve 24 sayılarının en büyük ortak bölenini asal çarpan algoritması kullanarak bulalım.

Bu yöntemde sayılar en küçük asal sayıdan başlanarak bölünür, her iki sayıyı birlikte bölen asal sayılar işaretlenir. İşaretlenen asal sayıların çarpımı EBOB'u verir.

|    |    |   |                                |
|----|----|---|--------------------------------|
| 18 | 24 | ② | → 18 ve 24 sayılarını bölüyor. |
| 9  | 12 | 2 |                                |
| 9  | 6  | 2 |                                |
| 9  | 3  | ③ | → 9 ve 3 sayılarını bölüyor.   |
| 3  | 1  | 3 |                                |
| 1  |    |   |                                |

$$\text{EBOB}(18, 24) = 2 \cdot 3 = 6$$

#### Örnek

36 ve 60 sayılarının en büyük ortak böleni kaçtır?

**Çözüm:** 36 60 ② → 36 ve 60 sayılarını bölüyor.

18 30 ② → 18 ve 30 sayılarını bölüyor.

9 15 ③ → 9 ve 15 sayılarını bölüyor.

3 5 3

1 5 5

1

$$\begin{aligned} \text{EBOB}(36, 60) &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

#### Örnek

48 m ve 56 m uzunluğundaki iki ayrı kumaş, eşit uzunlukta ve en büyük parçalara bölünecektir. Her bir parça kumaşın uzunluğu en fazla kaç metre olmalıdır?

**Çözüm:** 48 ve 56 sayılarını bölen en büyük sayı bulunur.

48 56 ② EBOB(48, 56) = 2 · 2 · 2 = 8

24 28 ② Her bir parçanın uzunluğu 8 m olmalıdır.

12 14 ②

6 7 2

3 7 3

1 7 7

1

## Örnek

20 litrelik ve 28 litrelik iki farklı yağ birbiriyle karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde eşit hacimli kaplara konulacaktır.

- a) Kapların hacmi en fazla kaç litre olmalıdır?  
b) Bu iş için en az kaç tane kap gereklidir?

**Çözüm:** Verilen yağların en büyük ve eşit hacimli kaplara konulması isteniyor. Bu durumda 20 ve 28 sayılarının EBOB'ları bulunur.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 28 & 2 \\ 10 & 14 & 2 \\ 5 & 7 & 5 \\ 1 & 7 & 7 \\ & 1 & 1 \end{array} \quad \text{EBOB}(20, 28) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\text{a) Her bir kap 4 litrelik olmalıdır.}$$

$$\text{b) } (20 \div 4) + (28 \div 4) = 5 + 7 = 12 \text{ kap gereklidir.}$$

## EN KÜÇÜK ORTAK KAT

İki veya daha fazla doğal sayının (sıfırdan farklı) ortak katlarının en küçüğüne **en küçük ortak kat** denir. Kısaca "EKOK" biçiminde yazılır.

12 ve 18 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

**1. yol :** 12 ve 18 sayılarının katlarını yazalım.

12'nin katları : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192, ...

18'in katları : 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, 198, ...

12 ve 18'in ortak katları : 36, 72, 108, 144, 180, ... olup ortak katlarının en küçüğü 36'dır.

**2. yol :** 12 ve 18 sayılarının en küçük ortak katını asal çarpanlar algoritması kullanarak bulalım.

Bu yöntemde sayılar en küçük asal sayıdan başlanarak bölünür, bulunan bütün asal sayıların çarpımı EKOK'u verir.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 18 & 2 \\ 6 & 9 & 2 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ & 1 & 1 \end{array} \quad \text{EKOK}(12, 18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

## Örnek

Aynı hastanede çalışan iki doktordan biri 8 günde bir, diğeri ise 10 günde bir nöbet tutmaktadır. Bu iki doktor aynı gün nöbet tuttuktan kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutar?

**Çözüm:** 8 ve 10 sayılarının EKOK'u bulunmalıdır.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 10 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 5 \\ & 1 & 1 \end{array} \quad \text{EKOK}(8, 10) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5 = 40$$

Doktorlar 40 gün sonra tekrar birlikte nöbet tutarlar.

**Örnek**

EBOB ve EKOK'ların çarpımı 600 olan iki sayıdan biri 30 ise diğer sayı kaçtır?

**Çözüm:** Sayılardan biri A olsun.

$$EBOB(A, 30) \cdot EKOK(A, 30) = A \cdot 30$$

$$600 = A \cdot 30$$

$$A = 600 \div 30 = 20$$

A ve B sıfırdan farklı iki doğal sayı olmak üzere

$$A \cdot B = EKOK(A, B) \cdot EBOB(A, B)'dir.$$

**Örnek**

Bir çiçekçi, dükkânındaki karanfilleri onarlı ve on beşerli demetler yaptığında her seferinde 2 karanfil artıyor. Dükkânındaki karanfillerin sayısı 80 ile 100 arasında olduğuna göre tüm karanfillerin sayısı kaçtır?

**Çözüm:** 10 ve 15 sayılarının EKOK'u ve EKOK'un 80 ile 100 arasındaki katı bulunur. Bulunan sayıya artan karanfillerin sayısı eklenir.

$$10 \quad 15 \quad | \quad 2 \quad EKOK(10, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$5 \quad 15 \quad | \quad 3 \quad 30'un 80 ile 100 arasındaki katı 30 \cdot 3 = 90'dır.$$

$$5 \quad 5 \quad | \quad 5 \quad \text{Tüm karanfillerin sayısı } 90 + 2 = 92'dir.$$

$$1 \quad 1$$

**ARALARINDA ASAL SAYILAR**

1'den başka ortak bölüneni olmayan sayılara **aralarında asal sayılar** denir.

- 8 ve 15 sayılarının aralarında asal olup olmadığını belirleyelim.

8 sayısının bölenleri: ①, 2, 4, 8

15 sayısının bölenleri: ①, 3, 5, 15

Her iki sayıyı da 1'den başka ortak bölen sayı yoktur. O hâlde 8 ve 15 aralarında asal sayılardır.

Aralarında asal olan sayılar, asal sayı olmak zorunda değildir.

- 9 ve 21 sayılarının aralarında asal olup olmadığını belirleyelim.

9 sayısının bölenleri: ①, ③, 9

21 sayısının bölenleri: ①, ③, 7, 21

9 ve 21 sayılarının ortak bölenleri 1 ve 3'tür. O hâlde 9 ve 21 aralarında asal değildir.

**Örnek**

Ardışık iki doğal sayının EBOB'u ile EKOK'unun toplamı 111 ise bu sayıların toplamı kaçtır?

**Çözüm:** Ardışık iki sayı, daima aralarında asaldır. Buna göre bu iki sayının EBOB'u 1'dir.

$$EBOB(A, B) + EKOK(A, B) = 111$$

$$1 + EKOK(A, B) = 111$$

$$EKOK(A, B) = 110 \text{ bulunur.}$$

Aralarında asal olan iki sayının EKOK'u bu sayıların çarpımına eşittir, EBOB'u ise 1'dir.

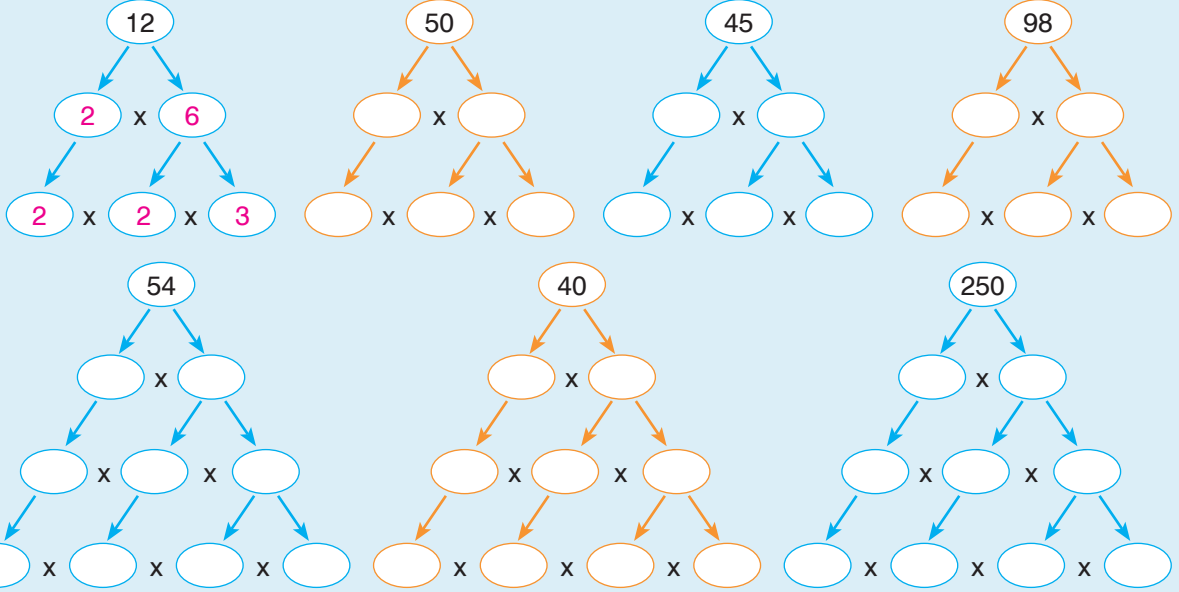
Aralarında asal olan iki sayının EKOK'u bu sayıların çarpımına eşit olduğundan  $A \cdot B = 110$  olmalıdır.

A ve B ardışık iki sayı olduğundan  $A = 10$  ve  $B = 11$  bulunur.

Buna göre  $A + B = 10 + 11 = 21$ 'dir.

## ● ● Aıştırma: Asal arpanlar

**A** Verilen sayıların çarpanlarına göre çarpan ağaçlarını tamamlayın.



**B** Verilen sayıların asal çarpanlarını bulun ve verilen sayıları üslü ifade veya üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazın.

|                       |             |             |             |             |    |
|-----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----|
| 108                   | 2           | 144         | 500         | 81          | 48 |
| 54                    | 2           |             |             |             |    |
| 27                    | 3           |             |             |             |    |
| 9                     | 3           |             |             |             |    |
| 3                     | 3           |             |             |             |    |
| 1                     |             |             |             |             |    |
| 108 = $2^2 \cdot 3^3$ | 144 = ..... | 500 = ..... | 81 = .....  | 48 = .....  |    |
| 36                    | 64          | 180         | 100         | 450         |    |
| 36 = .....            | 64 = .....  | 180 = ..... | 100 = ..... | 450 = ..... |    |

### Çarpanlar ve Katlar

**Kazanım M.8.1.1.1 :** Verilen pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulur, pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazar.

Aşağıda verilen sayı gruplarının EBOB ve EKOK'larını bulun.

|    |    |   |
|----|----|---|
| 12 | 18 | ② |
| 6  | 9  | 2 |
| 3  | 9  | ③ |
| 1  | 3  | 3 |
|    | 1  |   |

EBOB (12, 18) =  $2 \cdot 3 = 6$   
 EKOK (12, 18) =  $2^2 \cdot 3^2 = 36$

|    |    |
|----|----|
| 15 | 20 |
|----|----|

EBOB (15, 20) = .....  
 EKOK (15, 20) = .....

|    |    |
|----|----|
| 12 | 16 |
|----|----|

EBOB (12, 16) = .....  
 EKOK (12, 16) = .....

|    |    |
|----|----|
| 24 | 36 |
|----|----|

EBOB (24, 36) = .....  
 EKOK (24, 36) = .....

|    |    |
|----|----|
| 30 | 45 |
|----|----|

EBOB (30, 45) = .....  
 EKOK (30, 45) = .....

|    |    |
|----|----|
| 16 | 24 |
|----|----|

EBOB (16, 24) = .....  
 EKOK (16, 24) = .....

|    |    |
|----|----|
| 15 | 20 |
|----|----|

EBOB (15, 20) = .....  
 EKOK (15, 20) = .....

|    |    |
|----|----|
| 20 | 30 |
|----|----|

EBOB (20, 30) = .....  
 EKOK (20, 30) = .....

|    |    |
|----|----|
| 36 | 48 |
|----|----|

EBOB (36, 48) = .....  
 EKOK (36, 48) = .....

|    |    |
|----|----|
| 60 | 90 |
|----|----|

EBOB (60, 90) = .....  
 EKOK (60, 90) = .....

|    |    |
|----|----|
| 27 | 81 |
|----|----|

EBOB (27, 81) = .....  
 EKOK (27, 81) = .....

|    |    |
|----|----|
| 16 | 20 |
|----|----|

EBOB (16, 20) = .....  
 EKOK (16, 20) = .....

### Çarpanlar ve Katlar

**Kazanım M.8.1.1.2 :** İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer.



1. Burcu hasta olduğu için kullandığı iki hapı 8 ve 10 saat arayla almaktadır. Hapları birlikte aldıktan kaç saat sonra iki hapı tekrar birlikte alır?

$$\begin{array}{r|l} \text{Çözüm:} & \begin{array}{l} 8 \quad 10 \quad 2 \\ 4 \quad 5 \quad 2 \\ 2 \quad 5 \quad 2 \\ 1 \quad 5 \quad 5 \\ 1 \end{array} \end{array}$$

$$\text{EKOK}(8, 10) = 2^3 \cdot 5 = 40$$

Bulduğumuz EKOK, hapların kaç saatte bir tekrar birlikte alındığına karşılık gelir. İki hap birlikte alındıktan 40 saat sonra tekrar birlikte alınır.

2. Bir fabrikada 30 dk ve 45 dk aralıklarla çalan iki zil vardır.  
a) Bu iki zil aynı anda çaldıktan en az kaç dakika sonra tekrar aynı anda çalar?

- b) Bu iki zil saat 09.30'da aynı anda çaldıktan sonra ilk kez saat kaçta tekrar birlikte çalar?

3. Bir gruptaki izciler 12'şerli ve 15'erli sıra olduğunda her seferinde 2 izci sıranın dışında kalıyor.

a) Bu gruptaki izci sayısı en az kaçtır?

b) Gruptaki izci sayısı 100'den fazla ise bu sayı en az kaçtır?

4. 75 m ve 60 m uzunluğundaki iki ayrı top kumaş her bir parça eşit uzunlukta olacak şekilde kesiliyor.

Bu işlem sonunda en az kaç parça kumaş elde edilir?

5. Esin'in elinde 500 tane oyun kartı vardır. Esin'in en az kaç oyun kartı daha olsaydı kartlarını 24'erli ve 42'şerli gruplayabilirdi?

6. İki çuvalda sırasıyla 32 kg ve 40 kg un bulunmaktadır. Bu unlar birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde en büyük ölçüdeki poşetlere konulacaktır.

a) Kullanılacak poşetler kaç kilogramlık olmalıdır?

b) Bu iş için kaç poşet gereklidir?

7. Boyu 180 m ve eni 150 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin etrafına eşit aralıklarla (köşelere de konulmak üzere) ağaç dikilecektir.

Bu iş için en az kaç ağaç gereklidir?

8. 168 ve 93 sayıları en büyük hangi doğal sayıya bölünürse her iki sayının kalanı da 3 olur?

9. 20 ve 24 sayılarına bölündüğünde her defasında 5 kalanını veren en küçük doğal sayı kaçtır?

#### Çarpanlar ve Katlar

**Kazanım M.8.1.1.2 :** İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer.

## ● ● Alıştırma: Aralarında Asallar

**A** Aşağıdaki ifadeleri doğru veya yanlış olarak değerlendirin.

1. Aralarında asal olan sayılardan en az biri asal sayı olmalıdır.
2. Aralarında asal olan sayıların 1'den başka ortak pozitif tam sayı böleni yoktur.
3. 1 sayısı, her pozitif tam sayı ile aralarında asaldır.
4. Birbirinden farklı asal sayılar her zaman aralarında asaldır.
5. Sıfırdan farklı ardışık iki doğal sayı aralarında asal olmayabilir.

| D                        | Y                        |
|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**B** Aşağıdaki sayı gruplarından aralarında asal olanları "+", olmayanları "-" ile işaretleyin.

|           |                          |            |                          |           |                          |             |                          |
|-----------|--------------------------|------------|--------------------------|-----------|--------------------------|-------------|--------------------------|
| 9 ile 16  | <input type="checkbox"/> | 7 ile 20   | <input type="checkbox"/> | 13 ile 14 | <input type="checkbox"/> | 51 ile 90   | <input type="checkbox"/> |
| 7 ile 10  | <input type="checkbox"/> | 2 ile 5    | <input type="checkbox"/> | 16 ile 20 | <input type="checkbox"/> | 13 ile 17   | <input type="checkbox"/> |
| 8 ile 12  | <input type="checkbox"/> | 9 ile 11   | <input type="checkbox"/> | 27 ile 30 | <input type="checkbox"/> | 25 ile 24   | <input type="checkbox"/> |
| 3 ile 5   | <input type="checkbox"/> | 15 ile 20  | <input type="checkbox"/> | 42 ile 71 | <input type="checkbox"/> | 38 ile 40   | <input type="checkbox"/> |
| 14 ile 15 | <input type="checkbox"/> | 9 ile 25   | <input type="checkbox"/> | 35 ile 24 | <input type="checkbox"/> | 101 ile 102 | <input type="checkbox"/> |
| 1 ile 20  | <input type="checkbox"/> | 68 ile 84  | <input type="checkbox"/> | 49 ile 70 | <input type="checkbox"/> | 24 ile 27   | <input type="checkbox"/> |
| 11 ile 22 | <input type="checkbox"/> | 33 ile 96  | <input type="checkbox"/> | 11 ile 44 | <input type="checkbox"/> | 38 ile 40   | <input type="checkbox"/> |
| 15 ile 18 | <input type="checkbox"/> | 35 ile 64  | <input type="checkbox"/> | 17 ile 38 | <input type="checkbox"/> | 16 ile 81   | <input type="checkbox"/> |
| 23 ile 24 | <input type="checkbox"/> | 75 ile 128 | <input type="checkbox"/> | 41 ile 56 | <input type="checkbox"/> | 25 ile 36   | <input type="checkbox"/> |
| 10 ile 27 | <input type="checkbox"/> | 73 ile 81  | <input type="checkbox"/> | 91 ile 72 | <input type="checkbox"/> | 48 ile 32   | <input type="checkbox"/> |

**C** Aşağıdaki soruları yanıtlayın.

a) 3A ve 4A iki basamaklı sayıları aralarında asaldır. Buna göre A yerine kaç farklı rakam yazılabilir?

b) 6 ve iki basamaklı 1A sayısı aralarında asaldır. Buna göre A yerine kaç farklı rakam yazılabilir?

### Çarpanlar ve Katlar

**Kazanım M.8.1.1.3** : Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.

### Asal Çarpanlar

1. 60 sayısının asal çarpanları toplamı kaçtır?

- A) 5      B) 7      C) 8      D) 10

2. 500 sayısının kaç tane asal çarpanı vardır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5

3. x, y ve z pozitif tam sayıdır.

✓  $350 = 2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$  olduğuna göre x + y + z toplamı kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6

4. x, y ve z pozitif tam sayıdır.

$240 = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$  olduğuna göre x + y - z toplamı kaçtır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7

5.  $720 = 2^{k+1} \cdot 3^{m-1} \cdot 5^n$  eşitliğine göre k.m.n kaçtır?

- A) 8      B) 9      C) 12      D) 18

### EBOB - EKOK

6.

$$\begin{array}{r|l} A & 18 \\ \hline - & \\ \hline & 0 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} A & 30 \\ \hline - & \\ \hline & 0 \end{array}$$

Yukarıda verilenlere göre A sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 180      B) 150      C) 120      D) 90

7. 20 ve 22 sayılarına tam bölünebilen en küçük doğal sayı kaçtır?

- A) 220      B) 200      C) 120      D) 110

8. 144 ve 168 sayılarını tam bölen en büyük doğal sayı kaçtır?

- A) 24      B) 12      C) 8      D) 4

9. 146 sayısından en az kaç çıkarılmalıdır ki kalan sayı 16 ve 18 ile tam bölünebilsin?

- ✓ A) 0      B) 1      C) 2      D) 3

10. EBOB (x, 180) = 30 ve

EKOK (x, 180) = 900 olduğuna göre x kaçtır?

- A) 90      B) 120      C) 150      D) 210

## EBOB - EKOK Problemleri

1. Bir çiftlikteki koyunlar beşerli veya on birerli sayıldığında her seferinde 2 koyun artıyor. Çiftlikteki koyun sayısının 150'den fazla olduğu bilindiğine göre koyun sayısı en az kaçtır?  
A) 155 B) 157 C) 165 D) 167
2. İki sayının EBOB'u 1, EKOK'u 30'dur. **✓** Bu sayıların toplamı en az kaçtır?  
A) 11 B) 13 C) 17 D) 31
3. Bir pastanedeki 98 adet çikolatalı kurabiye ile 154 adet elmalı kurabiye, çeşitler birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde kutulara konulacaktır. Aynı sayıda kurabiye alan en az kaç kutuya ihtiyaç vardır?  
A) 22 B) 18 C) 16 D) 11
4. Uzunlukları 12 m ve 16 m olan üç demir çubuk her biri eşit uzunlukta olan parçalara ayrılacaktır. Buna göre en az kaç parça elde edilir?  
A) 6 B) 7 C) 10 D) 14
5. İki hemşire sırasıyla 12 ve 15 günde bir nöbet tutmaktadır. Aynı gün nöbet tuttuktan en az kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutarlar?  
A) 36 B) 48 C) 54 D) 60

## Aralarında Asal Sayılar

6. Aşağıdaki sayı çiftlerinden hangisi aralarında asal değildir?  
A) 76 ile 95 B) 33 ile 65  
C) 55 ile 39 D) 85 ile 91
7. **✓** 10 sayısı, kendisinden küçük kaç tane doğal sayı ile aralarında asaldır?  
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6
8. A ve 45 aralarında asal sayılar olduğuna göre A sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?  
A) 54 B) 60 C) 74 D) 80
9. Aralarında asal iki sayıdan biri 77 ise diğeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?  
A) 50 B) 45 C) 40 D) 35
10. Aşağıdaki sayı çiftlerinden hangisi aralarında asaldır?  
A) 15 ile 24 B) 16 ile 30  
C) 20 ile 21 D) 18 ile 26